

УДК 550.34.097

### СВЯЗЬ СТАТИЧЕСКИХ МОДУЛЕЙ ПОРОД И ГРУНТОВ С ИХ ДИНАМИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

О.В. Бойко<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ОАО «Научно-исследовательский, проектно-изыскательский институт «Ленметрогипротранс». 191002, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Большая Московская, д. 2; e-mail: boy1ko@rambler.ru

**Аннотация.** В работе представлены результаты исследований, позволившие выявить тесные корреляционные связи значений статических модулей пород и грунтов, вне зависимости от их вещественного состава и состояния, со скоростями упругих волн в них. При переходе от динамических характеристик к статическим модулям совместно используются скорости продольных и поперечных волн пород и грунтов и их объемная плотность.

**Ключевые слова.** Скорости упругих волн, модуль Юнга, статический модуль упругости, статический модуль деформации, плотности пород и грунтов.

### THE RELATIONSHIP OF THE STATIC MODULES OF ROCKS AND SOILS WITH THEIR DYNAMIC CHARACTERISTICS

O.V. Boyko<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Open Joint Stock Company Research design and survey Institute Lenmetrogiprotrans. Bolshaya Moskovskaya st., 2, St. Petersburg, Russia, 191002; e-mail: boy1ko@rambler.ru

**Abstract.** The article presents the results of studies that have revealed close correlation between the values of the static modules of rocks and soils, regardless of their material composition and condition, with the velocities of elastic waves in them. In the transition from dynamic characteristics to static modules, the longitudinal and transverse waves of rocks and soils and their bulk density are jointly used.

**Key words.** Velocities of elastic waves, Young's modulus, static modulus of elasticity, static modulus of deformation, density of rocks and soils.

Связи статических и динамических характеристик пород и грунтов посвящено значительное количество исследований [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Результаты этих исследований в виде регрессионных зависимостей повсеместно используются для инженерных расчетов при проектировании и строительстве различных объектов. Существуют зависимости для любых пород и грунтов для различных регионов и в любом их состоянии. Эти зависимости различаются для одних и тех же пород у разных авторов. Отсюда возникает вопрос: какую зависимость выбрать для каждого конкретного случая? Это актуально, если исследования в данном регионе не производились, неизвестно состояние пород или на участке исследования развиты переслаивающиеся породы различного состава.

В настоящее время при определении статических деформационных и прочностных характеристик пород и грунтов используют экспериментальные корреляционные и статистические зависимости от их динамических параметров (скорости продольных волн, модуля Юнга и др.) с учетом состава пород и грунтов, их плотности, состояния и водонасыщенности. Зависимости статических модулей от скоростей поперечных волн отсутствуют из-за их низкой корреляции и (или) недостаточной изученности. Используемые в расчетах зависимости аппроксимируются

достаточно простыми уравнениями (линейными, логарифмическими, экспоненциальными и пр.). Коэффициенты корреляции Пирсона ( $r^2$ ) для этих зависимостей лежат в интервале от средних ( $0,6 \leq r^2 \leq 0,7$ ) до весьма тесных ( $r^2 \geq 0,8$  до 0,99) [9]. В настоящее время существует множество зависимостей отдельно для различных пород и грунтов в различном их состоянии.

В качестве примера в таблице 1 показаны уравнения связи  $E_0$  и  $E_c$  (статического модуля упругости) с  $E_d$  в образцах пород различного состава и состояния, а на рисунке 1 – связь динамического модуля упругости (модуля Юнга –  $E_d$ ) с модулем статической деформации ( $E_{деф} = E_0$ ) [1]. Таблица и рисунок дают представление обо всем многообразии регрессионных кривых для пород различного состава и состояния.

Анализ накопленного опыта по определению статических модулей деформации пород и грунтов на основе их динамических параметров дал возможность сформулировать следующие замечания.

1. Использование в зависимостях только скорости продольной волны по породам и грунтам явно недостаточно, так как, например, уменьшение скорости продольной волны из-за трещиноватости и пористости пород и грунтов может нивелироваться их водонасыщенностью и умень-

Связь  $E_0$ ,  $E_c$  с  $E_d$  в сухих, водонасыщенных и мерзлых льдонасыщенных образцах скальных пород

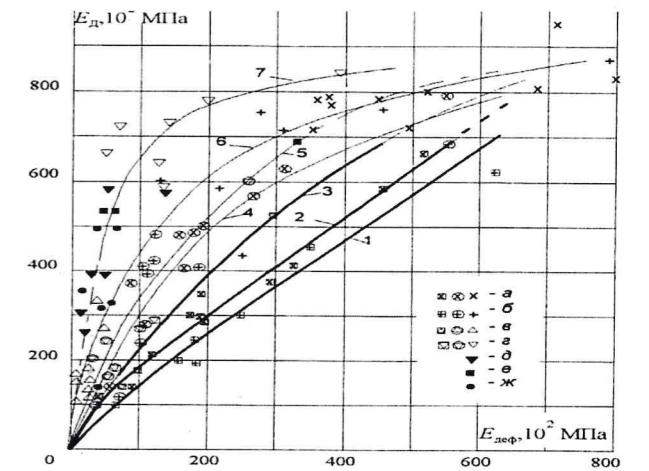
Породы	Состояние	Уравнения связи (значения $E$ , МПа)	Пределы измерения $E_d$ , МПа	Авторы
Различные скальные	Сухое (или морозное)	$E_c = 0,135E_d^{1,141}$	$2 \cdot 10^3 - 13 \cdot 10^4$	В.Н. Никитин
То же	Водонасыщенное	$E_c = 0,35E_d$	$10^4 - 4 \cdot 10^4$	О.К. Воронков, Г.И. Ноздрин
То же	То же	$E_c = 8,7 \cdot 10^{-6}E_d^2$	более $4 - 10^4$	Те же
Изверженные и метаморфические	Мерзлое льдонасыщенное	$E_c = 0,24E_d$	$10^4 - 4 \cdot 10^4$	Те же
То же	То же	$E_c = 8 \cdot 10^{-8}E_d^{2,4}$	более $4 \cdot 10^4$	Те же
Осадочные	То же	$E_c = 0,15E_d$	$10^4 - 5 \cdot 10^4$	Те же
То же	То же	$E_c = 8 \cdot 10^{-17}E_d^{4,2}$	более $6 \cdot 10^4$	Те же
Эффузивные	Сухое (или морозное)	$\lg E_0 = -0,75 + 1,14 \lg E_d$	$10^4 - 8 \cdot 10^4$	Те же
Интрузивные и метаморфические	То же	$\lg E_0 = -1,45 + 1,28 \lg E_d$	То же	Те же
Осадочные	То же	$\lg E_0 = -1,5 + 1,26 \lg E_d$	То же	Те же
Изверженные и метаморфические	Водонасыщенное	$\lg E_0 = -1,72 + 1,28 \lg E_d$	$10^4 - 5 \cdot 10^4$	Те же
То же	То же	$\lg E_0 = -9,4 + 2,91 \lg E_d$	более $5 \cdot 10^4$	Те же

шение модуля не будет определено. В то же время скорость поперечной волны как раз во многом зависит от пористости и трещиноватости материала и ее учет компенсирует этот недостаток.

2. Использование в уравнениях регрессии для определения статических модулей реальных пород и грунтов, динамических модулей (модуль Юнга и др.) также недостаточно обосновано, так как динамические модули характеризуют идеально упругую среду, которой реальные среды не являются. То есть чем больше в среде изменений, снижающих ее сплошность (пористость, трещиноватость), тем менее коррелируются между собой статические и динамические модули этой среды. По сути, динамические модули вообще не характеризуют реальную среду. Динамический модуль является характеристикой идеально упругой среды (без пор и трещин) с соответствующими скоростями упругих волн и плотностью. Реальная же среда в первом приближении является совокупностью мелких элементов идеально упругой среды (минеральные элементы породы или грунта) и заполнителей пор и трещин (жидкие, газовые и минеральные элементы). Каждый из этих элементов характеризуется своими скоростями распространения упругих волн, своей плотностью и, соответственно, своим динамическим модулем упругости.

3. Зависимости статических модулей от скоростей продольных волн ( $V_p$ ) в целом определены. Зависимости от скорости поперечной волны ( $V_s$ ) недостаточно изучены, но они, естественно, существуют (больше скорость – больше модуль).

4. Современные исследования показывают, что величины  $E_d$  и скоростей упругих волн больше всего зависят от пористости пород, а не от их вещественного состава [9, 10, 11].



**Рис. 1**  
Связь динамического модуля упругости  $E_d$  и модуля деформации  $E_0$  по первому циклу нагружения при нагрузке 9-11 МПа для воздушно-сухих, водонасыщенных и льдонасыщенных образцов скальных пород:  
а – соответственно воздушно-сухие, водонасыщенные и льдонасыщенные граниты, гранитогнейсы, гнейсы;  
б – то же базальты, андезиты;  
в – то же шлаки, шлаковые лавы, базальтовые пемзы;  
г – то же песчаники, известняки;  
д – модели трещиноватых сред с заполнителем трещин льдом;  
е – то же льдонасыщенным песком;  
ж – то же с глиной, суглинком;  
1 – воздушно-сухие эффузивные породы;  
2 – воздушно-сухие интрузивные и метаморфические породы;  
3 – воздушно-сухие осадочные породы;  
4 – водонасыщенные изверженные и метаморфические породы;  
5 – водонасыщенные осадочные породы;  
6 – льдонасыщенные изверженные и метаморфические породы;  
7 – льдонасыщенные осадочные породы



Учитывая эти замечания, в первом приближении можно считать, что значения статических модулей зависят от трех основных параметров: скоростей распространения упругих волн (продольных и поперечных) в породах и грунтах и их плотности. Следовательно, необходимо найти зависимости, использующие эти параметры вместе, но не в виде модулей упругости, где они жестко связаны определенным соотношением, характеризующим идеальную среду.

При построении искомых зависимостей статические модули деформации ( $E_0$ ) и упругости ( $E_c$ ) рассчитывались по уравнениям связи (из опубликованных печатных источников) с динамическим модулем упругости ( $E_d$ ) или со скоростью продольных волн для различных грунтов в различных состояниях (трещиноватость, водонасыщенность и др.) [1, 2, 4, 5, 7, 8].

При этом для сопоставления со статическими модулями использовались реальные скорости упругих волн по этим или аналогичным грунтам, зарегистрированные по материалам сейсмических исследований, проведенных сотрудниками «Ленметрогипротранса» на различных объектах в различных регионах страны и за рубежом.

Исследования, проведенные в рамках работы, показали, что у статических модулей более тесная связь не с модулем Юнга, а с другим соот-

ношением скоростей продольных и поперечных волн. Для наглядности представлены графики  $E_c$  и  $E_0$  в зависимости от  $E_d$  (рисунки 2, 4 и 6) и от произведения  $V_p$  и  $V_s$  (рисунки 3, 5 и 7) для пород и грунтов соответственно.

На рисунках 2, 4 и 6 видно, что значения модулей деформации выстраиваются в гладкие графики в зависимости от состава и свойств пород и грунтов и уравнений регрессии, по которым велись расчеты статических модулей. На рисунках 3, 5 и 7 такой зависимости нет, поэтому графики выглядят иначе. Принципиальной разницы нет, поэтому остановимся на традиционном виде зависимостей (модулей статической деформации от модуля Юнга).

Предложенные в работе зависимости имеют неплохую сходимость со всеми использованными уравнениями регрессии (на графиках косыми крестиками приведены значения используемых уравнений регрессии со значением квадрата коэффициента корреляции Пирсона  $-r^2$ ).

Произведена оценка достоверности получаемых значений статических модулей по опубликованным наиболее представительным источникам и по корреляционным зависимостям, представленным в работе. Оценка производилась следующим образом: не меняя других параметров расчета, изменялись только скорости продольных или

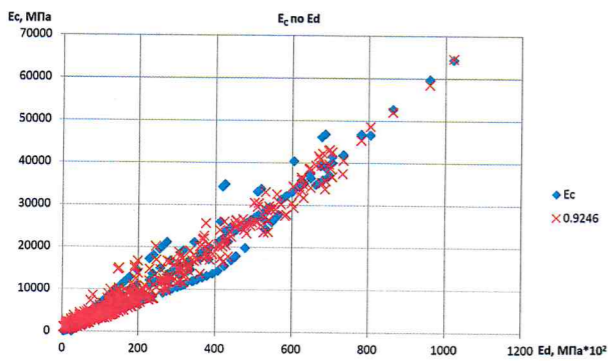


Рис. 2  
Зависимость статического модуля упругости от модуля Юнга для различных пород

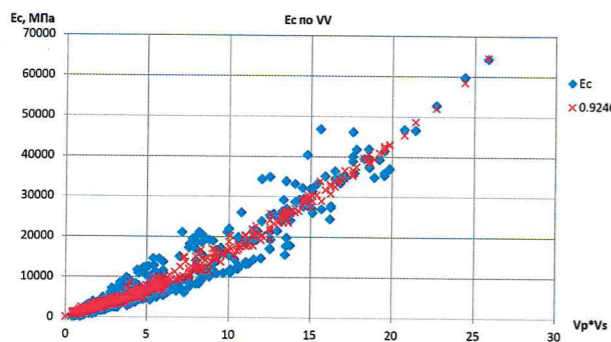


Рис. 3  
Зависимость статического модуля упругости от произведения скоростей продольных и поперечных волн для различных пород

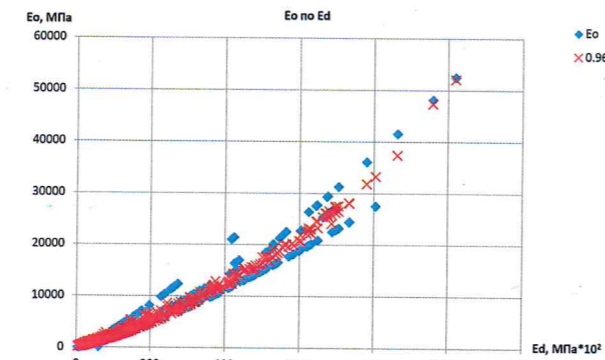


Рис. 4  
Зависимость статического модуля деформации от модуля Юнга для различных пород

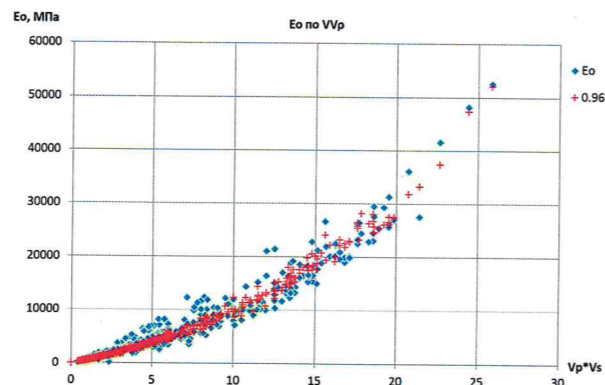


Рис. 5  
Зависимость статического модуля деформации от произведения скоростей продольных и поперечных волн для различных пород

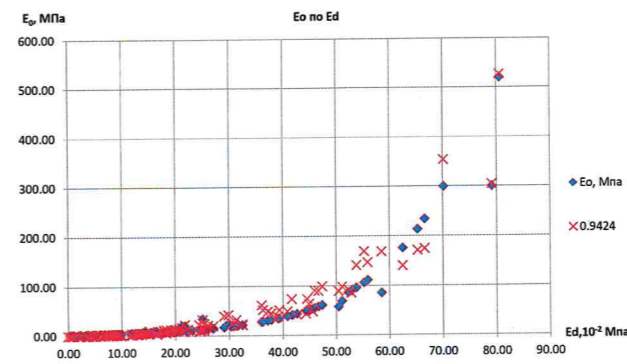


Рис. 6  
Зависимость статического модуля деформации от модуля Юнга для различных грунтов

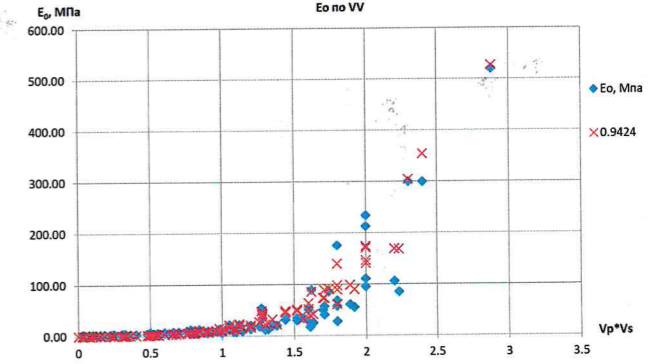


Рис. 7  
Зависимость статического модуля деформации от произведения скоростей продольных и поперечных волн для различных грунтов

поперечных волн для пород и грунтов различного состава и состояния. Предполагалось, что изменение скоростей на 10% должно вызывать примерно соответствующее изменение статического модуля, причем чем меньше разброс значений, тем лучше. Прямые способы проверки регрессионных зависимостей не использовались, так как не выполнялись геотехнические испытания образцов с одновременным определением их скоростных характеристик.

Оценка достоверности для скальных и полускальных пород:

1. По зависимостям из опубликованных источников [1, 2] оценка показала: при изменении скорости продольных волн на 10% модуль статической деформации ( $E_0$ ) для различных типов грунтов изменялся на 2,3–7,8%, модуль статической упругости ( $E_c$ ) изменялся на 2–6,8%; при изменении скорости поперечных волн на 10% изменения модулей составляли 20–25,4% и 17,4–21,7% соответственно. То есть общее изменение значений модулей при ошибке в 10% в определении скоростей составляет для  $E_0 \sim 22,3\text{--}33,2\%$  и для  $E_c \sim 19,4\text{--}28,5\%$ .

2. По предлагаемым в этой работе корреляционным зависимостям (по той же схеме):  $E_0 \sim 15\text{--}15,9\%$ ,  $E_c \sim 16,3\text{--}17,5\%$  и  $E_0 \sim 7,4\text{--}17,4\%$ ,  $E_c \sim 5,2\text{--}11,7\%$ . То есть общее изменение составляет для  $E_0 \sim 22,4\text{--}33,3\%$  и для  $E_c \sim 21,5\text{--}29,2\%$ , вне зависимости от состава и типа грунтов.

Таким образом, диапазон изменения значений статических модулей при оценке примерно совпадает для зависимостей из опубликованных источников и представленных в работе.

Оценка достоверности для различных грунтов:

1. По зависимостям из опубликованных источников [5, 8] оценка показала: модуль статической деформации ( $E_0$ ) для различных типов грунтов изменялся на 2,2–14,6% и 29,3–84,8%. То есть общее изменение значений при ошибке в 10% в определении скоростей составляет для модуля  $E_0 \sim 31,5\text{--}99,4\%$ .

2. По предлагаемым в этой работе корреляционным зависимостям (по той же схеме):

$E_0 \sim 10\text{--}12,3\%$  и  $E_c \sim 30,0\text{--}8,9\%$ . То есть общее изменение составляет для  $E_0 \sim 40,0\text{--}71,2\%$ , вне зависимости от состава и типа грунтов.

Таким образом, диапазон изменения значений  $E_0$  из опубликованных источников значительно превосходит диапазон изменения значений  $E_0$ , представленный в работе, что говорит о более близкой к реальности предлагаемой регрессионной зависимости для различных грунтов.

Ниже приведены результаты проведенных исследований в виде полученных регрессионных зависимостей.

Зависимость статического модуля деформации для различных грунтов:

$$E_0 = \rho(V_p V_s)^{1.91} e^{2.92 V_s} \quad (1)$$

Зависимость статического модуля деформации для скальных и полускальных пород:

$$E_0 = 200\rho(V_p V_s)^{0.892} e^{0.409 V_s} \quad (2)$$

Зависимости статического модуля упругости для скальных и полускальных пород:

$$E_c = 200\rho V_p^{1.69} e^{0.41 V_s} \quad (3)$$

где  $E_0$  – статический модуль деформации (МПа);  $E_c$  – статический модуль упругости (МПа);  $V_p$  – скорость продольных волн (км/с);  $V_s$  – скорость поперечных волн (км/с);  $\rho$  – плотность пород и грунтов ( $\text{т/м}^3$ ).

Таким образом, используя только результаты сейсмических исследований, мы имеем возможность определять прочностные и статические деформационные характеристики пород и грунтов в условиях естественного залегания. При этом достоверность получаемых значений статических модулей, по крайней мере, не ниже, чем при использовании корреляционных зависимостей из опубликованных и проверенных практикой источников. Это значит, что, по крайней мере, на этапе предпроектных изысканий отпадает необходимость в трудоемких и дорогостоящих геотехнических исследованиях, что, безусловно, ускорит и упростит проектные работы.



ЛИТЕРАТУРА

1. *Бондарев В.И.* Сейсмический метод определения физико-механических свойств нескальных грунтов / В.И. Бондарев. Научное издание. Екатеринбург, 1997. 220 с.
2. *Воронков О.К.* Инженерная сейсмика в криолитозоне (изучение строения и свойств мерзлых и талых горных пород и массивов) / О.К. Воронков. СПб.: ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева, 2009. 481 с.
3. *Воронков О.К.* Об определении упругих свойств пород в естественных условиях залегания в области многолетней мерзлоты / О.К. Воронков, В.И. Мааров. Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. Сборник научных трудов. Т. 106–1974. С. 249–263.
4. *Горяинов Н.Н.* О связях между сейсмоакустическими и физико-механическими характеристиками рыхлых пород / Н.Н. Горяинов, Т.С. Семитко. Труды ВСЕГИНГЕО. Вып. 90. 1975.
5. *Никитин В.Н.* О соотношении между динамическими и статическими модулями упругости / В.Н. Никитин. М.: Развед. и промыслов. геофизика, 1962. Вып. 45. С. 36–41.
6. *Пиоро Е.В.* Деформационные и акустические свойства глинистых грунтов по результатам лабораторных инженерно-геологических и ультразвуковых исследований / Диссертация кандидата геолого-минералогических наук: 25.00.08, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (МГУ). Геологический факультет. Москва, 2014.
7. *Савич А.И.* Рекомендации по применению инженерной геофизики для изучения деформационных свойств скальных пород / А.И. Савич, Б.Д. Куинджич. Москва – Белгород. 1985. 114 с.
8. *Савич А.И., Яценко З.Г.* Исследования упругих и деформационных свойств горных пород сейсмоакустическими методами / А.И. Савич, З.Г. Яценко М.: Недра, 1979. 216 с.
9. *Brotos V.* Улучшенная корреляция между статическим и динамическим модулем упругости для разных типов пород / V. Brotos, R. Tomás, S. Ivorra, A. Grediaga, J. Martínez-Martínez, D. Benavente, M. Gómez-Heras. Article in Materials and Structures. September 2015. DOI: 10.1617/s11527-015-0702-7.
10. *Heap M.J., Faulkner D.R.* Количественная оценка эволюции статических упругих свойств при разрушении кристаллической породы / International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2008; (45): 564–573.
11. *Palchik V., Hatzor Y.* Напряжение разрушения трещины как составная функция пористости и упругой матрицы жесткости в доломитах и известняках / Engineering Geology. 2002; (63): 33–245.

REFERENCES

1. *Bondarev V.I.* Seismic method for determining the physicommechanical properties of non-rocky soils. V.I. Bondarev. Scientific publication. Yekaterinburg, 1997. 220 p. (in Russian).
2. *Voronkov O.K.* Engineering seismic in the permafrost zone (study of the structure and properties of frozen and thawed mountain rocks and massifs). O.K. Voronkov. St. Petersburg: VNIIG them. B.E. Vedeneeva, 2009. 481 p. (in Russian).
3. *Voronkov O.K.* On the determination of the elastic properties of rocks under natural conditions of occurrence in the permafrost region. O.K. Voronkov, V.I. Maarov. Izvestia VNIIG im. B.E. Vedeneeva. Collection of scientific works. T. 106–1974. P. 249–263 (in Russian).
4. *Goryainov N.N.* On the relationship between seismoacoustic and physico-mechanical characteristics of loose rocks. N.N. Goryainov, T.S. Semitko Proceedings. VSEGINGEO. Issue 90. 1975 (in Russian).
5. *Nikitin V.N.* On the relationship between dynamic and static moduli of elasticity. V.N. Nikitin. Moscow: Intelligence and crafts. geophysics. 1962. Issue 45. P. 36–41 (in Russian).
6. *Pioro E.V.* The deformation and acoustic properties of clay soils according to the results of laboratory engineering-geological and ultrasound studies. The dissertation of the candidate of geological and mineralogical sciences: 25.00.08 Moscow State University im. M.V. Lomonosov University (Moscow State University). Faculty of Geology. Moscow, 2014 (in Russian).
7. *Savich A.I.* Recommendations for the use of engineering geophysics to study the deformation properties of rocks. A.I. Savich, B.D. Kuindzhich. Moscow – Belgorod, 1985. 114 p. (in Russian).
8. *Savich A.I., Yashchenko Z.G.* Research of elastic and deformation properties of rocks by seismic-acoustic methods. A.I. Savich, Z.G. Yashchenko. Moscow: Nedra, 1979. 216 p. (in Russian).
9. *Brotos V.* Improved correlation between the static and dynamic elastic modulus of different types of rocks. V. Brotos, R. Tomás, S. Ivorra, A. Grediaga, J. Martínez-Martínez, D. Benavente, M. Gómez-Heras. Article in Materials and Structures. September 2015. DOI: 10.1617/s11527-015-0702-7.
10. *Heap M.J., Faulkner D.R.* (2008) Quantifying the evolution of static elastic properties as crystalline rock approaches failure. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2008; (45): 564–573.
11. *Palchik V., Hatzor Y.* Crack damage stress as a composite function of porosity and elastic matrix stiffness in dolomites and limestones. *Engineering Geology*. 2002 ; (63): 233–245.

Положительная рецензия 23.12.20

ОБ АВТОРЕ



БОЙКО

Олег Владимирович

Старший научный сотрудник НИО ОАО «Научно-исследовательский, проектно-изыскательский институт «Ленметрогипротранс», кандидат геолого-минералогических наук.